# FRACTURA FRÁGIL DE FIBRAS DE SÉMOLA

**G. V. Guinea, F. Rojo, T. Musulén y M. Elices**

**Departamento de Ciencia de Materiales,**
**E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid,**
**c/ Profesor Aranguren, s/n, 28040-Madrid**

**Resumen.** El presente trabajo estudia las propiedades en tracción y la fractura frágil de fibras de sémola de trigo duro, material empleado para la fabricación de pastas alimenticias. Mediante la realización de ensayos de tracción simple sobre espaguetis se obtienen por vez primera los parámetros mecánicos que caracterizan el comportamiento del material, cuantificando su tenacidad y resistencia a la rotura. También se analizan las superficies de fractura y se miden los defectos observados, relacionándolos con las resistencias registradas en los ensayos. El trabajo discute la aplicabilidad y limitaciones de la teoría estadística del eslabón más débil y de la mecánica de fractura elástica lineal, modelos macroscópicos habitualmente utilizados para el estudio de materiales frágiles.

**Abstract.** This paper analyzes the tensile properties and brittle fracture of dry semolina fibers, and provides –for the first time– quantitative values for the strength and toughness of this material. Tensile tests on spaghetti with different lengths are performed and the results are correlated with the micrographic observation of fracture surfaces and the distribution of flaws. The tests are analyzed under the perspective of two widely used macroscopic theories for brittle materials: the weakest link statistics and the linear elastic fracture mechanics, pointing out their applicability and limitations.

## 1. INTRODUCCIÓN

La sémola de trigo duro o semolina es el material empleado para la fabricación de pastas alimenticias como macarrones, espaguetis y tallarines. La semolina está compuesta fundamentalmente por un hidrato de carbono (almidón) y dos proteínas insolubles (gluteína y gliadina) agrupadas bajo la denominación genérica de gluten. El espagueti es una variedad comercial muy extendida de este producto, moldeado en forma de fibras de pequeña sección cilíndrica.

La resistencia en seco de los productos fabricados con semolina se utiliza habitualmente como parámetro de control de calidad, ya que su medida se puede automatizar fácilmente e integrarse en la línea de producción. Este procedimiento es más simple que un ensayo de cocción y su resultado está directamente relacionado con la calidad de la semolina y el proceso de fabricación.

Habitualmente se realizan ensayos de flexión o compresión (en los que la rotura se produce por pandeo) determinando un tensión nominal de rotura, que se calcula dividiendo la fuerza máxima medida en el ensayo por la sección de la probeta. Los valores obtenidos, aunque son de utilidad para ajustar un determinado proceso industrial, no pueden sin embargo ser utilizados de forma absoluta, al no medir una propiedad intrínseca del material independiente de su forma o tamaño.

Por ello, para avanzar en la comprensión y modelización de los procesos de fabricación y procesado del material –y así poder mejorarlos– resulta imprescindible realizar ensayos en los que se midan adecuadamente las propiedades mecánicas del producto.

Con este fin, se presentan en este trabajo los resultados de varias series de ensayos de tracción simple sobre fibras de espagueti de los que se han obtenido los parámetros mecánicos que caracterizan el comportamiento del material, cuantificando su tenacidad y resistencia a la rotura. También se analizan las superficies de fractura y los defectos observados, poniéndolos en relación con las resistencias medidas en los ensayos.

Por otra parte, el comportamiento elásto-frágil que exhiben las fibras de sémola, su accesibilidad y sencillez de ensayo las hacen útiles como material para la realización de prácticas de laboratorio y para contrastar la validez de modelos estadísticos de rotura, como se ha mostrado en trabajos anteriores [1]. Los resultados aquí presentados permitirán a los profesores interesados disponer de la información adicional para diseñar adecuadamente dichas prácticas.

En el siguiente apartado se describe con detalle el material y el proceso experimental seguido. También se comentan las técnicas empleadas para la observación de las superficies de fractura. A continuación se analizan los resultados mediante un modelo basado en la teoría estadística del eslabón más débil –rutinariamente utilizado para fibras frágiles–, y mediante la mecánica de fractura elástica lineal, discutiendo su validez y alcance. El trabajo se cierra con el resumen de las principales conclusiones y las referencias utilizadas.

## 2. TRABAJO EXPERIMENTAL

### 2.1 Material y geometría utilizada

El trabajo se ha desarrollado sobre fibras de semolina de forma cilíndrica (espagueti) comercializadas bajo la marca Barilla. Este material está compuesto básicamente por almidón (76%) y gluten (13%). Todas las fibras ensayadas se obtuvieron del mismo envase para garantizar su homogeneidad. También, y puesto que este material es altamente higroscópico, se tuvo una especial precaución en conservar todas las probetas en las mismas condiciones de humedad y temperatura durante su almacenamiento y ensayo ( 20±2 ºC y 40±5% humedad relativa, HR).

Las fibras tenían 500mm de longitud y 1.65 mm de diámetro (valores nominales), y fueron suministradas en un envase de 300 unidades. Los ensayos de tracción se realizaron con cuatro longitudes libres de ensayo entre mordazas, *L*: 300, 150, 75 y 35mm.

Todas las probetas –independientemente de su tamaño– se obtuvieron directamente de fibras originales no ensayadas. En ningún caso los trozos ensayados se utilizaron para nuevas pruebas.

### 2.2 Ensayos de tracción simple

Se han realizado un total de 232 ensayos de tracción simple; aproximadamente 58 por cada longitud de fibra. En todos ellos el comportamiento de las probetas fue prácticamente elástico lineal hasta su rotura –de forma frágil– como se ilustra en la Fig. 1. La deformación inelástica en rotura fue siempre inferior al 2% de la deformación total.

A partir de la pendiente inicial de las curvas tensión-deformación se ha obtenido un valor medio del módulo de elasticidad, *E*, igual a 5.0GPa.

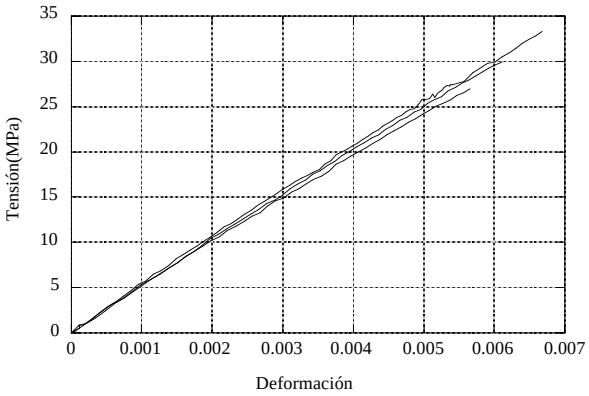



**Fig. 1.** Curvas tensión deformación de fibras de semolina.

Las fibras se ensayaron en una máquina electromecánica Instron 4411 con una velocidad de solicitación nominal de 1 mm/min, de forma que la carga máxima se alcanzaba entre uno y tres minutos una vez iniciado el ensayo. Algunas fibras se instrumentaron mediante un extensómetro INSTRON 2620-602, de 50mm de base de medida, con el fin de registrar la deformación del material. En estos casos se desechó el valor de la carga de rotura en previsión de que las cuchillas de sujección del extensómetro pudieran dañar localmente la fibra y alterar la carga máxima del ensayo.

Para la sujección de las probetas se utilizaron unas mordazas planas que se recubrieron con piezas de silicona de 2mm de espesor. La longitud de anclaje osciló entre 30 y 50mm.

Las condiciones de ensayo, similares a las de almacenamiento de las muestras, fueron de 20±2 ºC y 40±5% HR para todas las probetas.

En cada ensayo se registró la carga máxima, desechando aquellos en los que la rotura se había producido en las mordazas de la máquina.

Tras su ensayo, las fibras fueron debidamente identificadas y almacenadas a temperatura y humedad controlada (20ºC y 40%HR).

### 2.3 Superficies de fractura

Todas las fibras ensayadas han sido observadas mediante microscopía óptica, midiendo el tamaño de los defectos presentes mediante un ocular micrométrico cuya precisión es de 4 μm.

En todos los casos se ha constatado la presencia de un defecto circular plano en el interior de la fibra, tal como muestra la Fig. 2. Todos los defectos se han caracterizado midiendo su radio, r, y ligamento, b, como se indica en la figura.

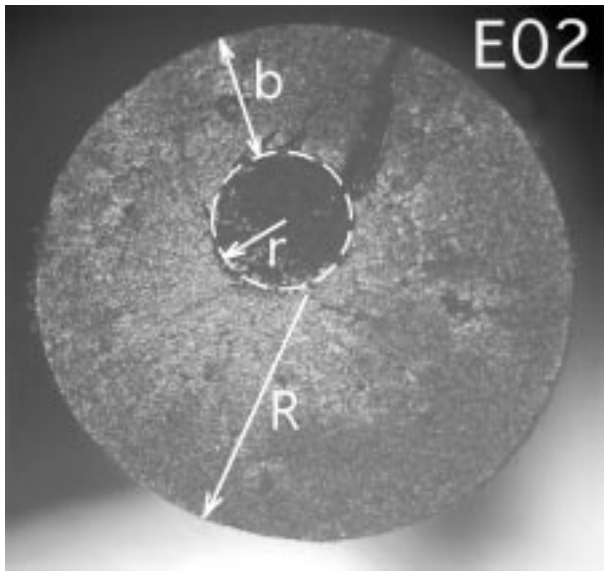



**Fig. 2.** Superficie de rotura de una fibra de sémola observada mediante microscopía óptica. El diámetro de la fibra es de 1.63mm.

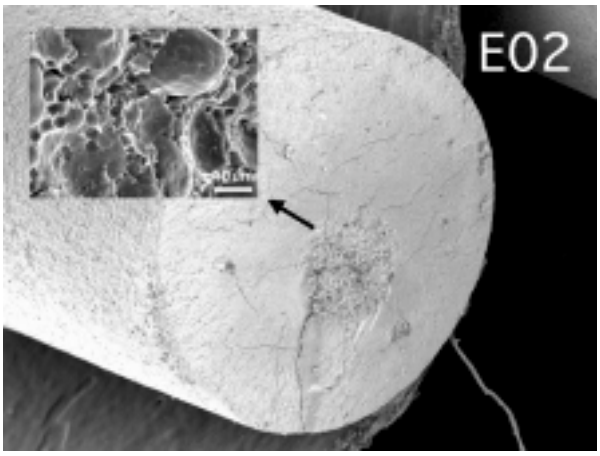



**Fig. 3.** Superficie de rotura de una fibra de sémola observada mediante microscopía electrónica de barrido. El diámetro de la fibra es de 1.63mm.

Algunas superficies de rotura se han observado también mediante microscopía electrónica de barrido para analizar con mayor detalle la estructura del material y los defectos, como se ilustra en la Fig. 3.

## 3. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

La Tabla 1 y la Fig. 4 recogen los valores medios de la tensión de rotura y la desviación estándar de los resultados de los ensayos de tracción simple de las cuatro longitudes de fibra ensayadas.

**Tabla 1.** Valor medio y desviación estándar de la tensión de rotura de las fibras de sémola en función de la longitud de fibra ensayada, *L*.

| L (mm) | 300 | 150 | 75 | 35 |
|---|---|---|---|---|
| Media (MPa) | 28.3 | 27.4 | 28.2 | 32.0 |
| Desv.Std.(MPa) | 2.3 | 3.1 | 1.9 | 2.8 |
| Nº de ensayos | 57 | 59 | 61 | 55 |

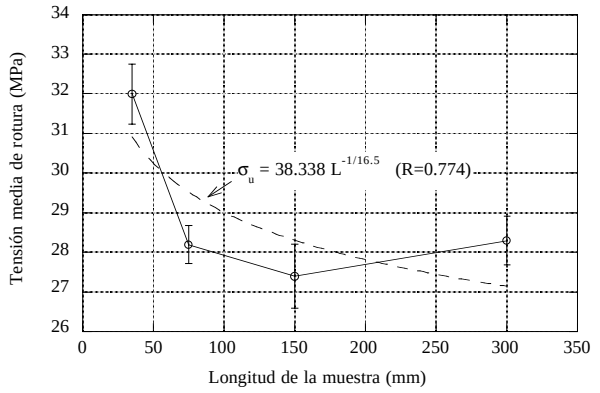



**Fig. 4.** Valor medio de la tensión de rotura en función del tamaño de fibra ensayado. Las barras corresponden al intervalo de confianza del 95%.

Los datos revelan unos resultados muy dispersos, con valores extremos que llegan a diferir hasta en el 70% de la carga registrada (de 19 a 33MPa) para una misma longitud de muestra.

### 3.1 Análisis estadístico de la tensión de rotura

La rotura de fibras frágiles ha sido estudiada tradicionalmente mediante el modelo del eslabón más débil. En su forma más general, el modelo establece que la probabilidad $P_f$ de que se produzca la rotura de una fibra de longitud $L$ cuando se somete a una tensión uniforme igual a $\sigma$ viene dada por la ecuación [2]:

$$P_f = 1 - \exp[-C_L(\sigma)\, L] \qquad (1)$$

siendo $C_L(\sigma)$ una función que proporciona el número de defectos por unidad de longitud cuya resistencia es menor que $\sigma$. Para la obtención de la ecuación (1) es necesario suponer que los defectos están diluidos –no interaccionan entre sí– y uniformemente repartidos. La forma clásica de la función de concentración, propuesta por Weibull, es una función potencial [3]:

$$C_L(\sigma) = \frac{1}{L_0}\left(\frac{\sigma-\sigma_{th}}{\sigma_0}\right)^m \text{ si } \sigma > \sigma_{th}$$
$$= 0 \qquad \text{si } \sigma <= \sigma_{th} \qquad (2)$$

en la que $L_0$ y $\sigma_0$ son valores de referencia y el exponente $m$ es conocido como el módulo de Weibull. La tensión $\sigma_{th}$ es una tensión umbral –habitualmente igual a cero– por debajo de la cual nunca se produce la rotura.

La ecuación (1) con la función de concentración de defectos de Weibull (2) se transforma en una recta de pendiente $m$ si se representa $ln(-ln(1-P_f))$ frente a $ln(\sigma-\sigma_{th})$, puesto que:

$$\ln(-\ln(1-P_f)) = \ln(L) - \ln(L_0\sigma_0^m) + m\ln(\sigma-\sigma_{th}) \qquad (3)$$

Esto permite evaluar el módulo de Weibull, $m$, de forma sencilla si se conoce para cada valor de la tensión $\sigma$ su probabilidad asociada $P_f(\sigma)$.

Un procedimiento muy extendido para evaluar $P_f(\sigma)$ consiste en ordenar los valores de la tensión de rotura de menor a mayor, asignándoles una probabilidad proporcional a su posición, $i$, [4]:

$$P_i = \frac{i-0.5}{N} \qquad (4)$$

donde $N$ es el número de ensayos realizados.

La Fig. 5 muestra la representación $ln(-ln(1-P_f))$ frente a $ln(\sigma)$ de los ensayos tomando $\sigma_{th}=0$. Aunque los puntos correspondientes a cada longitud de fibra se agrupan sensiblemente en línea recta, la pendiente no es constante –independiente de $L$– como requiere la ecuación (3). Tampoco se observa el desplazamiento de las rectas hacia la derecha conforme disminuye la longitud de las probetas.

El ajuste de los datos experimentales puede realizarse sin necesidad de asignar mediante (4) una probabilidad ficticia a cada valor de $\sigma$. Basta para ello elegir los coeficientes de la distribución de manera que sea máxima la función que proporciona la probabilidad de obtener el conjunto de datos realmente medido [5]. Este procedimiento, conocido como el método de la máxima probabilidad, se recomienda en la norma europea EN843 para el análisis de cerámicas estructurales. Sin embargo, y aunque también en este caso dentro de cada grupo los resultados se ajustan adecuadamente, los valores de los parámetros de la distribución siguen siendo insatisfactorios en su conjunto. Este hecho se muestra en la Tabla 2, que proporciona también los valores obtenidos mediante ajuste por mínimos cuadrados de la función de probabilidad (1)+(2).

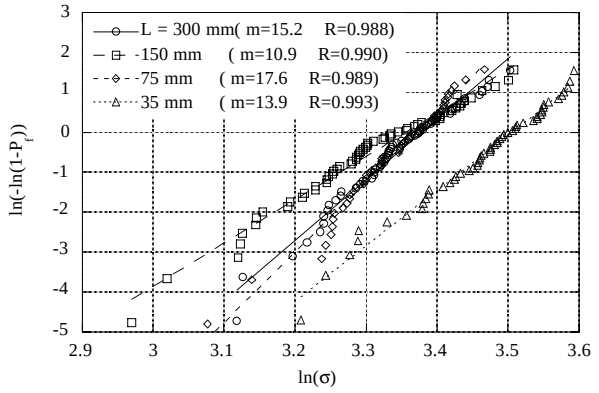



**Fig. 5.** Representación logarítmica de la probabilidad de rotura en función de la tensión para las cuatro longitudes de fibra ensayadas.

**Tabla 2.** Valores de los parámetros de la distribución de Weibull para la rotura de fibras de semolina obtenidos por diferentes procedimientos.

| Método | L (mm) | m | $\sigma_0 L_0^{1/m}$ ($mm^{1/m}$ MPa) | Coef. Correlación |
|---|---|---|---|---|
| ln(-ln(1-$P_f$)) vs ln($\sigma$) | 300 | 15.2 | 42.7 | 0.988 |
| | 150 | 10.9 | 45.3 | 0.990 |
| | 75 | 17.6 | 37.1 | 0.989 |
| | 35 | 13.9 | 43.0 | 0.993 |
| Media | | 14.4 | 42.0 | 0.853 |
| Max. Probabilidad | 300 | 13.9 | 44.3 | 0.994 |
| | 150 | 10.1 | 47.1 | 0.992 |
| | 75 | 18.0 | 37.0 | 0.996 |
| | 35 | 13.8 | 42.5 | 0.997 |
| Media | | 14.0 | 42.7 | 0.849 |
| Mín. Cuadrados | 300 | 14.2 | 43.7 | 0.995 |
| | 150 | 9.8 | 47.7 | 0.994 |
| | 75 | 17.0 | 37.5 | 0.996 |
| | 35 | 13.9 | 43.1 | 0.997 |
| Media | | 13.7 | 43.0 | 0.848 |

El valor medio de la tensión de rotura, $\bar{\sigma}$, para la distribución de Weibull (1)+(2) viene dado por [2,6]:

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 \left(\frac{L_0}{L}\right)^{1/m} \Gamma(1+1/m) \approx \sigma_0 \left(\frac{L_0}{L}\right)^{1/m} 0.6366^{1/m} \quad (5)$$

con error menor del 0.5% para $5<m<50$ [2]. Ajustando mediante el procedimiento de mínimos cuadrados las tensiones medias de rotura a la ecuación (5) se obtiene la curva de trazos representada en la Fig. 4 cuya expresión es:

$$\bar{\sigma} = 38.338\ L^{-1/16.5} \quad (6)$$

de donde se deduce un valor de $\sigma_0 L_0^{1/m}$ igual a $39.4 mm^{1/m}$ MPa. Los valores de m y $\sigma_0 L_0^{1/m}$ obtenidos por este procedimiento (16.5 y 39.4) son del mismo orden que los valores medios dados en la Tabla 2, sin embargo el coeficiente de correlación es muy bajo (R=0.774).

A la vista de los resultados anteriores y considerando la posibilidad de que la función de concentración de defectos, $C_L(\sigma)$, no se ajustase a la forma potencial de Weibull –ecuación (2)–, se ha calculado para cada grupo de fibras el valor de $C_L(\sigma)$ estimado como– $(1/L)\ ln(1-P_f)$, según se deduce de (1). Los resultados se muestran en la Fig. 6, en la que se comprueba que los valores de $C_L(\sigma)$ se agrupan de forma diferente para cada longitud de ensayo.

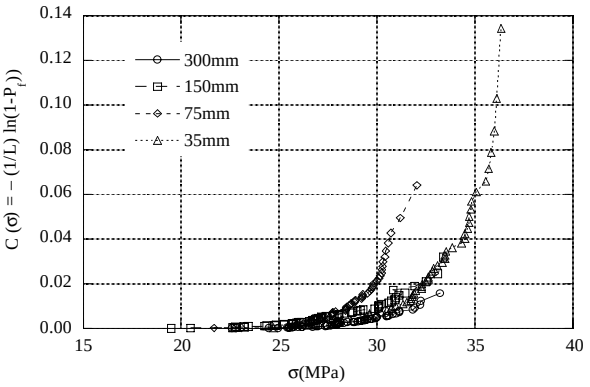



**Fig. 6.** Representación de la función de concentración para las cuatro longitudes de fibra ensayadas.

3.2 Geometría de los defectos

El radio medio de las fibras ensayadas fue 0.824±0.004mm con confianza del 95%.

La observación de las superficies de fractura muestra en todos los casos la presencia de un defecto interior que, con muy buena aproximación, puede considerarse circular, plano y perpendicular al eje de la fibra ( Figs. 2 y 3).

El tamaño de los defectos es muy similar en los cuatro grupos de fibras ensayados, y se ajusta razonablemente

con una misma distribución normal. El valor medio del radio de los defectos es 0.199mm y su coeficiente de variación (= desviación estándar/valor medio) es de 0.18. El coeficiente de correlación es de 0.995. Estos valores indican que los defectos que han originado la rotura tienen un radio bien definido, aproximadamente igual a 1/4 del radio de la fibra.

La posición relativa de los defectos varía de fibra en fibra aunque su distribución parece ser única e independiente de la longitud ensayada. La Tabla 3 da los valores medios y la desviación estándar del ligamento relativo *b/R* (véase la Fig. 2) de los defectos para cada tamaño de fibras.

El coeficiente de variación de la distribución de ligamentos relativos, *b/R*, igual a 0.51 da idea de la fuerte dispersión de estos valores, que prácticamente cubren el intervalo (0, 0.8).

**Tabla 3.** Valor medio y desviación estándar del ligamento relativo de los defectos, *b/R*, para cada longitud de fibra ensayada.

| L (mm) | b/R | |
|---|---|---|
| | Media | Desv.Std. |
| 300 | 0.347 | 0.178 |
| 150 | 0.326 | 0.155 |
| 75 | 0.328 | 0.171 |
| 35 | 0.320 | 0.179 |
| Todas | 0.332 | 0.169 |

La observación a mayor aumento de las superficies de rotura muestra que los defectos tienen una forma bien definida, netamente diferenciada del resto de la fibra (Fig. 7). En el interior del defecto son bien visibles los granos de almidón parcialmente despegados de la matriz, originando una superficie muy rugosa.

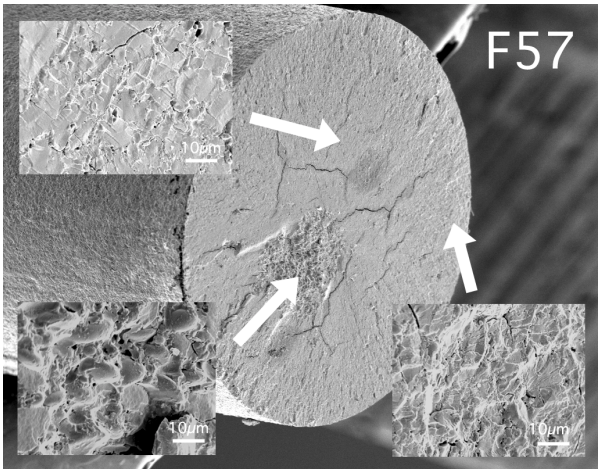



**Fig. 7.** Distintas zonas de la superficie de rotura de una fibra de sémola observadas mediante microscopía electrónica de barrido. El diámetro de la fibra es de 1.63mm.

En el exterior del defecto, sin embargo, la topografía es plana, mostrando algunas características típicas de la rotura por clivaje.

Estas observaciones y el comportamiento macroscópico de todas las fibras –lineal hasta fractura– son compatibles con la hipótesis de que la formación de los defectos internos pudo ser originada por tensiones creadas en su fase de fabricación, cuando el material estaba reblandecido y su comportamiento era dúctil.

3.3 Mecánica de Fractura

La mecánica de la fractura elástica lineal supone que la rotura de la fibra se produce por la propagación de una grieta existente en el material. Esto sucede cuando el factor de intensidad de tensiones en el punto más solicitado del frente de la grieta alcanza su valor crítico, $K_{IC}$.

Todas las fibras ensayadas presentan un defecto interior que, como hemos comentado, es asimilable a una grieta plana circular situada en un plano perpendicular al eje de la fibra (Fig. 2). Estos defectos quedan completamente definidos si se conoce su radio, *r*, y su ligamento, *b*, que junto al radio *R* de la fibra son los parámetros geométricos del problema.

Pese a ser una geometría muy común en experimentación con fibras, sólo muy recientemente se han publicado soluciones de $K_I$ para el problema de una grieta circular interior situada excéntricamente al eje de la fibra y sometida a tracción remota [7,8]. El factor de intensidad de tensiones es máximo en el punto del frente de grieta más próximo a la superficie de la fibra y su valor se puede expresar como [8]:

$$K_I = \frac{2}{\pi}\sigma\sqrt{\pi\, r}\, f(r/R,b/R) \qquad (7)$$

siendo $\sigma$ la tensión remota aplicada y $f(r/R,b/R)$ una función adimensional de la geometría dada por la expresión:

$$f(r/R,b/R) = 1 + \sum_{i=1}^{5} C_{i0}(r/R)^{(2i+1)/2} + \sum_{i=1}^{3} \mathrm{Ln}[1+(r/R)^{2i}]\{C_{i1}\mathrm{Ln}^2[(b/R)(r/R)] + \frac{C_{i2}}{\sqrt{(r/R)(b/R)}} \qquad (8)$$

Los coeficientes $C_{ij}$ se dan en la Tabla 4. La ecuación (7) es válida en el rango b/R >0.005 y r/R< 0.6, y tiene una precisón del 1% [8].

**Tabla 4.** Coeficientes $C_{ij}$

| i | $C_{i0}$ | $C_{i1}$ | $C_{i2}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | +0.01242 | – 0.3097 | +1.185 |
| 2 | – 6.388 | +1.547 | – 3.723 |
| 3 | +16.89 | – 0.8769 | +2.628 |
| 4 | – 9.838 | | |

La Fig. 8 muestra los valores de $K_I$ obtenidos al aplicar la ecuación (7) a cada una de las fibras ensayadas. Los datos permiten definir un valor de la tenacidad de fractura igual a 0.478 MPa$\sqrt{m}$ que no depende del tamaño de fibra. Además, los resultados muestran poca dispersión, siendo el coeficiente de variación inferior al 10%.

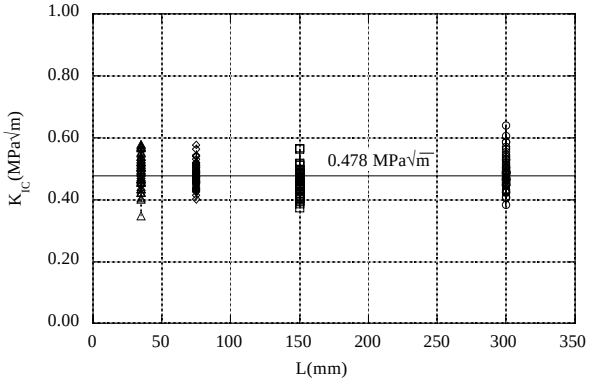



**Fig. 8.** Valores de $K_{IC}$ para los ensayos de tracción de fibras de sémola de diferente longitud

## 4. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha realizado un estudio de la resistencia en tracción de fibras de sémola analizando su dependencia con la longitud libre entre mordazas.

La rotura de las fibras en las condiciones estudiadas –20ºC y 40%HR– ha sido frágil, siendo la deformación inelastica en rotura inferior al 2% de la deformación total de la fibra. El módulo de elasticidad medido en los ensayos ha sido igual a 5.0GPa.

El modelo estadístico de Weibull se puede aplicar dentro de grupos de probetas de igual longitud, con un valor medio del módulo, *m*, igual a 14 –similar al muchos materiales cerámicos. Sin embargo, se ha mostrado con claridad que este modelo no es adecuado para describir el comportamiento del material, ya que no predice adecuadamente la variación observada de la tensión de rotura al variar la longitud.

La observación de las superficies de fractura muestra en todos los casos la presencia de un defecto interior que ha ocasionado la rotura de las fibras. La forma de este defecto sugiere que pudiera haberse producido durante la fase de fabricación de las fibras, pues presenta una topografía rugosa en la que se observan los granos de almidón si fracturar. El resto de la superfice es plana, mostrando patrones característicos de la rotura por clivaje.

Gracias a la naturaleza plana de los defectos y su forma aproximadamente circular se ha podido aplicar una expresión para el cálculo del factor de intensidad de tensiones desarrollada por los autores en un trabajo previo. Los valores obtenidos demuestran la existencia de un valor de la tenacidad de fractura , $K_{IC}$, independiente de la longitud ensayada y con muy baja dispersión. Estos resultados han permitido por vez primera evaluar la tenacidad de fractura de este material, estableciendo un valor de 0.478 MPa$\sqrt{m}$.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Ministerio Español de Ciencia y Tecnología la financiación recibida para este trabajo a través del proyecto MAT2000-1355.

## REFERENCIAS

[1] Martín Meizoso, A., Martínez Esnaola, J.M., Ocaña, I. y García Leiva, C., "Distribución de la resistencia mecánica de espaguetis", Anales de Mecánica de la Fractura, 15, pp. 255-260, (1998).
[2] Bazant, Z.P., Planas, J., "Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials", CRC Press, Boca Raton USA (1998).
[3] Weibull W., "The phenomenon of rupture in solids", Ingeniors Vetenskaps Akademien Handlingar, 153, 55 (1939).
[4] European Standards, Advanced Technical Ceramics, EN843 (1996).
[5] Lu, C., Danzer R, Fischer, F.D., "Fracture statistics of brittle materials: weibull or normal distribution", Physical Review E, 65, 067102 (2002).
[6] Chawla, K.K., "Fibrous Materials", Cambridge University Press, Cambridge, UK (1998).
[7] Rosselló, C., Guinea, G.V. y Elices, M., "Cálculo de $K_I$ para una fisura circular en una fibra sometida a tracción", Anales de Mecánica de la Fractura, 18, pp. 452-456, (2001).
[8] Guinea, G.V., Rojo, F.J. and Elices, M., " Stress intensity factors for internal circular cracks in fibers under tensile loading ", Engineering Fracture Mechanics, in press, (2003).